

УТВЕРЖДЕНА

заместитель директора  
по образовательной деятельности  
АНОО ВО «Университет «Сириус»



О. Д. Федоров

2026 г.

## ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

для поступающих на обучение по образовательной программе  
высшего образования – программе подготовки научных и научно-педагогических  
кадров в аспирантуре по научной специальности

### 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

#### СОГЛАСОВАНО:

Руководитель образовательной программы  
«Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»  
научного центра информационных  
технологий и искусственного интеллекта

М. В. Ширяев

Руководитель приёмной комиссии

Б. Е. Кадлубович

## ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Программа вступительных испытаний предназначена для лиц, поступающих на обучение по образовательной программе высшего образования — программе подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (далее – образовательная программа).

В программу вступительных испытаний включено описание форм и процедур вступительных испытаний, представлено содержание тем и критерии оценки.

Вступительные испытания проводятся в форме письменного экзамена. В качестве вступительных испытаний учитываются баллы за резюме и исследовательское предложение. Письменное вступительное испытание оценивается по 30-балльной шкале. Резюме и исследовательское предложение оценивается по 10-балльной шкале. Язык проведения письменного экзамена — русский, материалы резюме и исследовательского предложения принимаются на русском языке.

Проведение вступительных испытаний осуществляется с применением дистанционных технологий.

Продолжительность письменного экзамена: 120 минут

## 1. Цель и задачи вступительных испытаний

Цель проведения вступительных испытаний – отбор наиболее подготовленных поступающих на обучение по образовательной программе, в том числе, определение уровня их готовности к самостоятельной научной и проектной деятельности.

Основные задачи вступительных испытаний:

- выявление и оценка уровня сформированности общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций поступающего;
- определение уровня готовности к работе и проектной деятельности в компаниях и на производствах и, а также научно-исследовательской деятельности в рамках НИОКР;
- выяснение познавательной и мотивационной сферы поступающего;
- выявление научных и профессиональных интересов;
- определение уровня научно-технической эрудиции и языковой подготовки поступающего.

Целью вступительных испытаний является проверка следующих знаний и умений:

- умение применять математические навыки, логическое мышление, аргументировать свои высказывания, поддерживать беседу на научную тему, в том числе на английском языке;
- умение определять цели и задачи научного исследования, выделять актуальность научной проблематики, интерпретировать и анализировать результаты;
- владение навыками чтения научной литературы (на русском и английском языках) и базовыми инструментами поиска научной информации, в том числе в сети «Интернет».

## 2. Содержание вступительных испытаний

**2.1. Математические основы:** элементы теории функций и функционального анализа. Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана–Банаха. Линейные операторы. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы. Экстремальные задачи. Выпуклый анализ. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимакс. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования. Теория вероятностей. Математическая статистика. Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

**2.2. Информационные технологии:** принятие решений. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения. Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов. Глубокое обучение (физически-информированные нейронные сети, рекуррентные нейронные сети, обучение с подкреплением).

**2.3. Компьютерные технологии:** численные методы. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных

элементов/конечных объемов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа. Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа. Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

**2.4. Методы математического моделирования:** основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Наблюдатели динамических систем. Наблюдатель Люенбергера. Вариационные принципы построения математических моделей. Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей. Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. Задачи редукции к идеальному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

### 3. Демонстрационный вариант письменного экзамена

**Вопросы с развернутым ответом (оцениваются максимально до 8 баллов каждый):**

Задача 1. Решить задачу Коши для уравнения в частных производных:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) u = (x^2 + y^2 + z^2)t;$$
$$u|_{t=0} = xyz, \quad \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{t=0} = x - y.$$

Задача 2. Пусть для матриц  $A$  и  $B$  выполнено равенство  $AB = \alpha A + \beta B$ , где  $\alpha$  и  $\beta$  – некоторые ненулевые числа. Докажите, что  $BA = AB$ .

Задача 3. Двое по очереди подбрасывают монету. Выигрывает тот, у кого раньше выпадут два орла. Найдите вероятность выигрыша второго игрока.

Задача 4. Доказать, что если  $a, b, c$  – комплексные числа и

$$|a| = |b| = |c| = r \neq 0,$$

то

$$\left| \frac{ab + bc + ca}{a + b + c} \right| = r.$$

Задача 5. Доказать, что

$$\int_0^{\sqrt{2\pi}} \sin x^2 dx > 0.$$

Задача 6. Покажите, что разностная схема

$$\begin{cases} \frac{y_{i+1}^{j+1} - y_i^j}{\tau} + c \cdot \frac{y_{i+1}^j - y_i^j}{h} = 0, & i = 0, 1, \dots, j = 0, 1, \dots \\ y_0^j = \mu(t_j), & j = 0, 1, \dots \\ y_i^0 = \varphi(x_i), & i = 0, 1, \dots \end{cases}$$

где  $c > 0$  – константа, устойчива по начальным и граничным условиям, если выполнено условие Куранта  $c\tau < h$ .

Задача 7. Найти экстремали функции

$$\int_{-\pi}^{\pi} x \sin t \, dt$$

при ограничениях:  $|\dot{x}| \leq 1, x(-\pi) = x(\pi) = 0$ .

#### **4. Требования к оформлению резюме**

Резюме, самостоятельно составленное поступающим, должно быть предоставлено на русском языке, объем – не менее 1 и не более 5 машинописных страниц, шрифт Times New Roman прямого начертания, кегль (размер) шрифта 12, междустрочный интервал – полуторный.

Резюме должно содержать:

- 1) Личную информацию и контактные данные поступающего;
- 2) Фотографию поступающего;
- 3) Сведения об имеющемся у поступающем образовании;
- 4) Опыт работы поступающего;
- 5) Результаты общественной, научной и профессиональной деятельности поступающего (членство в объединениях, организация, опыт волонтерской деятельности, участие в НИР, грантах, значимых проектах);
- 6) Ключевые индивидуальные достижения поступающего;
- 7) Сведения о квалификации и имеющихся у поступающего практических навыках;
- 8) Сведения об уровне владения иностранными языками;
- 9) Список публикаций и объектов интеллектуальной собственности (при наличии);
- 10) Информация о выпускной квалификационной (научно-исследовательской) работе поступающего (тема, краткая аннотация, объемом не более 200 слов);
- 11) Информация о хобби и увлечениях поступающего.

Допускается приводить названия публикаций, грантов, проектов, сертификатов на языке, использованном в оригинале. Перевод в этом случае не обязателен.

При оценке резюме экзаменационная комиссия учитывает индивидуальные достижения, подтвержденные документами, приложенными к заявлению о приеме, в соответствии с пунктом 3.17 Правил.

Максимальная оценка за резюме – 10 (десять) баллов, минимальная – 6 (шесть) баллов.

## 5. Требования к оформлению исследовательского предложения

Исследовательское предложение должно быть составлено поступающим самостоятельно на русском языке, рекомендуемый объем - не менее 2 и не более 5 страниц, шрифт Times New Roman прямого начертания, кегль (размер) шрифта 12, межстрочный интервал - полуторный. Примерная форма исследовательского предложения:

Исследовательское предложение по теме научного исследования

---

(наименование темы)

Я, \_\_\_\_\_, хочу принять участие в конкурсе на обучение по образовательной программе высшего образования –программе подготовки научных и научно-педагогических кадров

в аспирантуре АНОО ВО «Университет «Сириус» по научной специальности:

\_\_\_\_\_ (далее – программам аспирантуры).

Выбор обозначенной программы аспирантуры обусловлен (указать причины, которые побудили принять решение о выборе именно этой научной специальности и темы научного исследования; почему выбран именно АНОО ВО «Университет «Сириус», что знаете о нем, о научном центре (коллективе), реализующем соответствующую программу аспирантуры, об их достижениях и направлениях исследований, о лабораторном комплексе АНОО ВО «Университет «Сириус», о федеральной территории «Сириус»);

Необходимо:

- 1) провести оценку актуальности выбранной научной специальности, состояния и перспективы проведения научного исследования по выбранной тематике в рамках обучения в Университете и для страны в целом;
- 2) раскрыть предложения, которые планируется реализовать в рамках научного исследования и предполагаемые результаты, которых планирует достичь;
- 3) указать каким образом поможет имеющийся научный и (или) практический опыт и

планы на будущее, при условии успешного завершения аспирантуры.

\_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20 \_\_\_\_\_ г.

Максимальная оценка за исследовательское предложение-10 (десять) баллов, минимальная - 7 (семь) баллов.

## **6. Литература для подготовки к вступительным испытаниям**

### **а. Основная**

1. Горлач Б.А., Шахов В.Г. Математическое моделирование. Построение моделей и численная реализация. 2023 – 292 с.
2. Сухарев, А.Г. Численные методы оптимизации: учебник и практикум для вузов / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2024 – 367 с.
3. Слабнов В.Д. Численные методы. 2024 г. – 392 с.
4. Голубева, Н.В. Математическое моделирование систем и процессов: учеб. пособие для студентов вузов ж-д. транспорта: рек. УМО / Н. В. Голубева – СПб.: Лань, 2025. – 191 с.
5. Золкин А.Л., Чистяков М.С. Теория принятия решений и исследование операций. 2025 г. – 124 с.
6. Денисова, С.Т. Методы оптимальных решений. Электронный: практикум / Денисова С.Т., Безбородникова Р.М., Зеленина Т.А., Оренбургский гос. ун- т. – Оренбург: ОГУ, 2025. - 197 с.
7. Мунасыпов, Наиль Амирович. Линейное программирование [Электронный учебник] / Мунасыпов Н.А. – Оренбург: ООО "Агентство Пресса", 2025 - 122 с.
8. Шарый С.П. Курс вычислительных методов. Ижевск-Москва: ИКИ, 2025. – 808 с.
9. Гайдуков Р.К. Математическое моделирование гидродинамических задач. 2026 г. – 424 с.
10. Пузикова В.В. Неньютоновские жидкости: от математических моделей до

построения численных методов и программной реализации. 2026 г. – 132 с.

11. Зализняк, В.Е. Математическое моделирование: учебник для вузов / В.Е. Зализняк, О.А. Золотов – Москва: Издательство Юрайт, 2026 – 125 с.

12. Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учебник и практикум для вузов / В.Е. Зализняк. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2026 – 356 с.

#### **в. Дополнительная**

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи, методы, примеры. Москва: Физматлит, 2001.

2. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: СО РАН, 2009. – 410 с.

3. Гасников А.В. Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска: учебное пособие / А.В. Гасников. – М.: МФТИ, 2018 – 286 с.

4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Физматлит, 2005.

5. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. 4-е изд. М.: Физматлит, 2000.

6. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов, Казань: КГУ, 2004.

7. Карчевский М.М., Павлова М.Ф. Уравнения математической физики. Дополнительные главы. Казань: КГУ, 2008.

8. Карчевский М.М., Шагидуллин Р.Р. Математические модели механики сплошной среды. Казань: КГУ, 2007.